ב"ה שבט תשפ"ו

ענתי על שאלות 1 3 4

[redacted]

מבחן במתמטיקה / י"א 5 יח'

שתהיה הצלחה רבה! יש לפרט ולנמק את הדרך לפתרון.

ענה רק על 3 שאלות מבין השאלות הבאות:

שאלה 1:

ענה רק על שני סעיפים מבין סעיפים א'-ד':

א)

נתון כי השוויון $8+24+48+\ldots+n(n+2)=\frac{n(n+a)(n+4)}{6}$

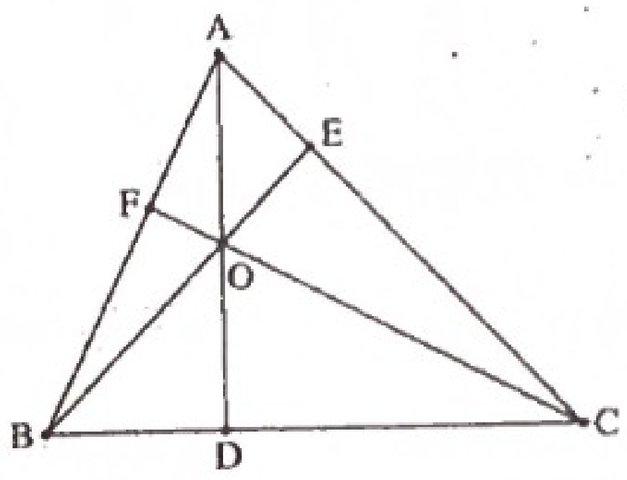
מתקיים בעבור $n=2$. a הוא פרמטר.

(1) מצאו את הערך של a.

(2) בעבור הערך של a שמצאתם, הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי השוויון הנתון מתקיים לכל n טבעי זוגי.

ב)

במשולש חד זווית ABC,
הגבהים AD, BE, CF
נפגשים בנקודה O (ראו סרטוט).
נתון כי סכום המרחקים של
הנקודה O מקודקודי
המשולש הוא 20.



(1) הוכיחו שאפשר לחסום
במעגל כל אחד מן המרובעים
$AEOF$, $BDOF$, $CDOE$.

(2) מהו סכום ההיקפים של המעגלים
החוסמים את המרובעים $AEOF$, $BDOF$, $CDOE$?

ג)

נתונה הפונקציה $f(x)=3+\frac{x}{\sqrt{x^2-25}}$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) ידוע כי האסימפטוטות של גרף הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים,
חותכות זו את זו. חשבו את השטח הכלוא בין האסימפטוטות.
נמקו את התשובה.

← המשך שאלה 1 ←

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a-x}{x^2-4}$, המוגדרת עבור $x\neq 2$ ו- $x\neq -2$

$a\neq 0$ הוא פרמטר.

אחד מן הגרפים א-ה שלפניכם מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a>0$,

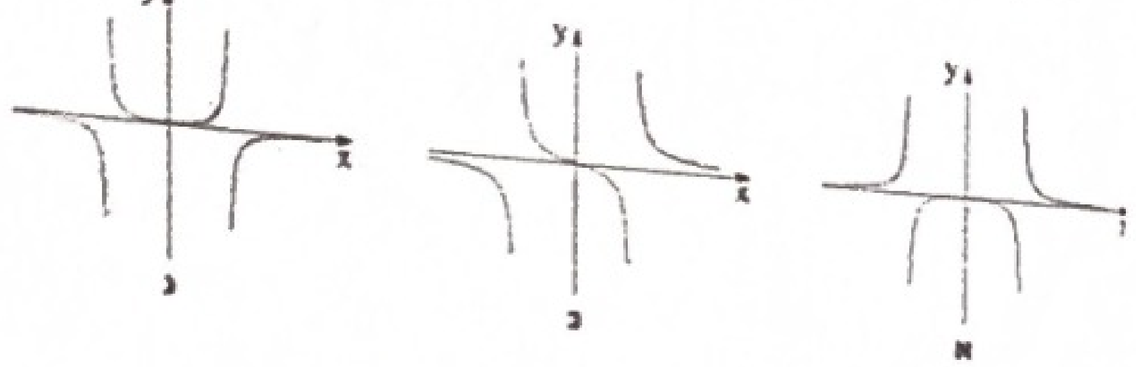
ואחד מהם מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a<0$.

(1) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a>0$?

נמקו את התשובה בקצרה.

(2) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a<0$?

נמקו את התשובה בקצרה.



שאלה 2:

נתונה הפונקציה $f(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$, בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. קבעו אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמקו את קביעתכם.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=2\cos x+\frac{2\sin x}{\sin(2x)}$, בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) הראו כי $g(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$, בעבור כל x בתחום הגדרתה.

ו. האם קיים ערך של k שבעבורו הישר $y=k$

חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ב-3 נקודות בדיוק?

אם כן, מצאו אותו.

אם לא, נמקו את תשובתכם.

שאלה 3:

הסדרה A היא סדרה הנדסית שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots$
ומנתה היא q, $-1 < q < 0$.

נתון: $a_1 = 1$.

הסדרה B מוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q.

ב. לפניכם שלוש טענות $I - III$.

קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

II. הסדרה B היא סדרה עולה.

III. האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A יוצרים סדרה עולה.

נתון: הסדרה B היא סדרה אין-סופית שסכומה הוא $\frac{1}{8}$.

ג. מצאו את ערכו של q.

נתונה סדרה הנדסית נוספת C, המוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $c_n = \frac{a_n}{b_n}$.

נתון: $c_3 + c_4 + \ldots + c_m = 44{,}307$, m הוא מספר טבעי.

ד. מצאו את הערך של m.

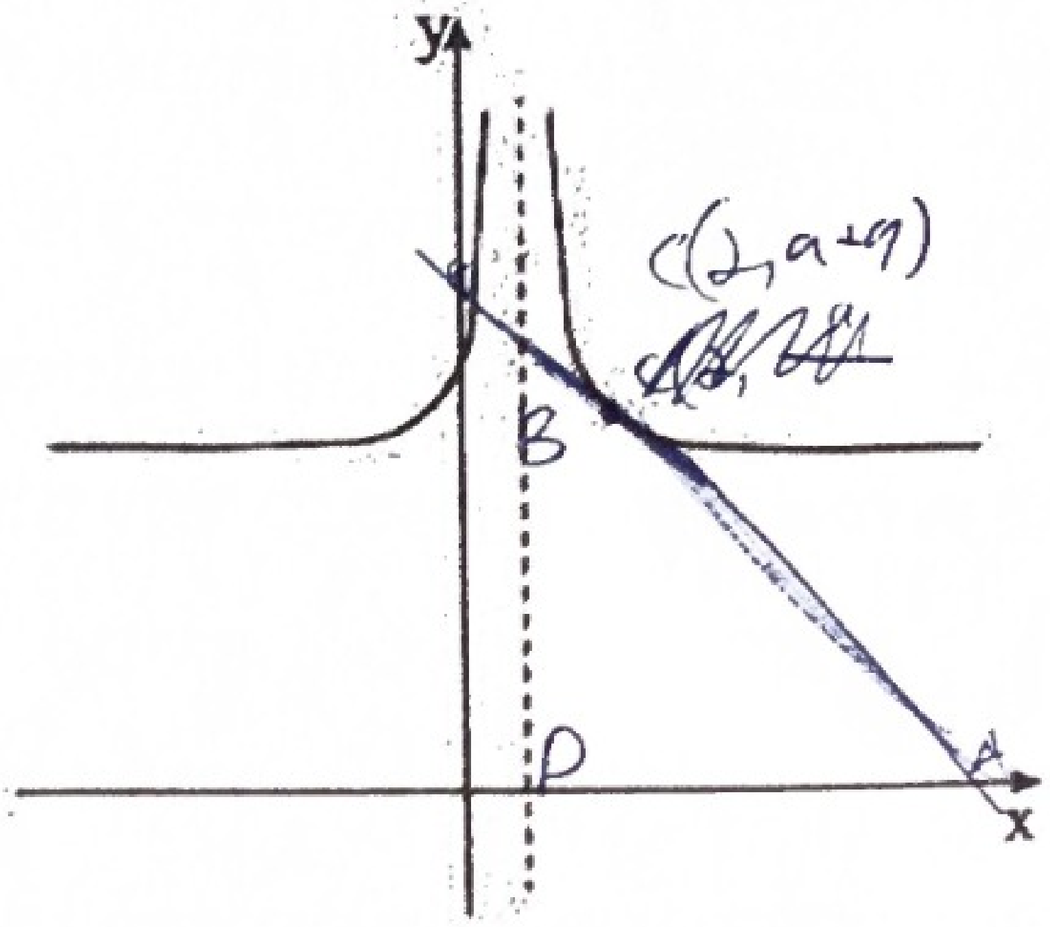
$$44343 = \frac{a_3(3^m - 1)}{2} \rightarrow \quad 9854 = 3^m - 1$$
$$9855 = 3^m$$

שאלה 4:

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+9$.

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x\neq 1$.

a הוא פרמטר חיובי.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, ושיעור ה- x שלה הוא 2.

דרך הנקודה C העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות a את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת הישר $x=1$ בנקודה B.

D היא נקודה ששיעוריה הם $(1,0)$.

ג. הביעו באמצעות a את שטח המשולש ADB.

ד. מצאו את הערך של a שבעבורו שטח המשולש ADB הוא מינימלי.

שתהיה הצלחה רבה!!